



## **Vorlesung an der Berufsakademie Oldenburg**

### **Unterrichtseinheit 6**

### **Aussagenlogik**

**Dr. Dietrich Boles**

- Aussagen
- Wahrheitstafeln
- Syntax von Aussagen
- Eigenschaften von Aussagen
- Äquivalenz von Aussagen
  
- Aufgaben

## Aussage (boolescher Ausdruck):

- Satz, dem eindeutig ein Wahrheitswert wahr (**true**, **T**) oder falsch (**false**, **F**) zugeordnet werden kann
  - Aussage: "Ein Tisch ist ein Möbelstück"
  - Keine Aussage: "Geh nach Hause"

## Verknüpfung von Aussagen durch Operatoren:

- Negation (**NOT**, " ! ")

Ein Tisch ist **kein** Möbelstück.
- Konjunktion (**AND**, " & & ")

Ein Tisch ist ein Möbelstück **und** ein Hase ist ein Fisch.
- Disjunktion (**OR**, " | | ")

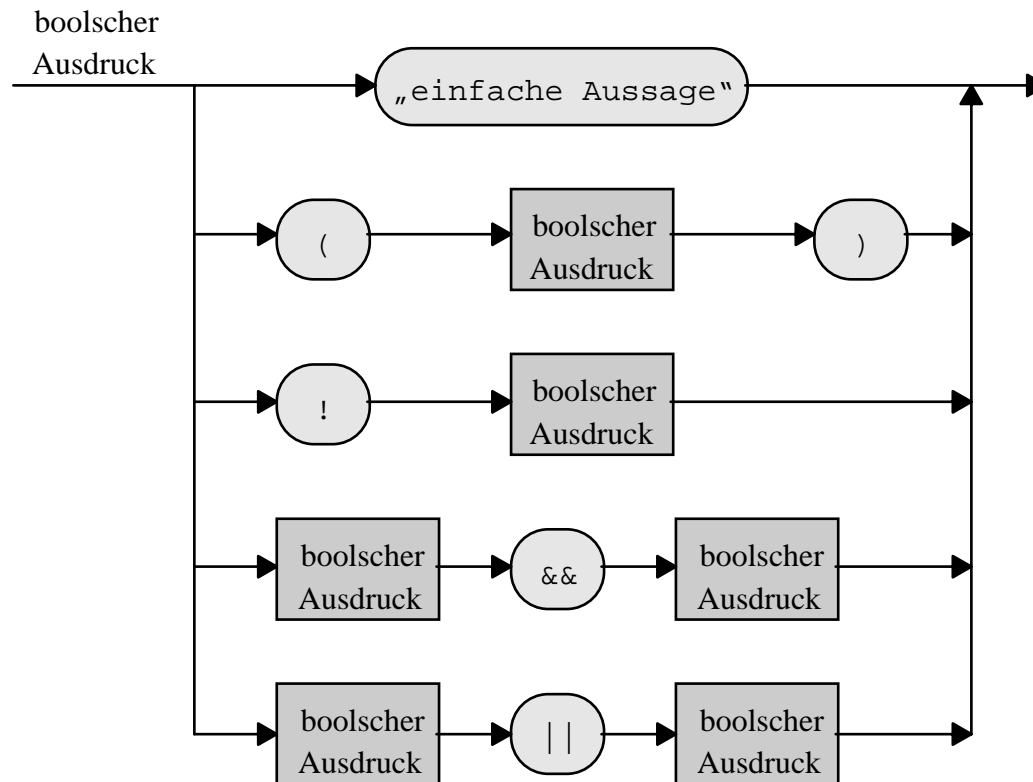
Ein Tisch ist ein Möbelstück **oder** ein Hase ist ein Fisch.

P und Q seien beliebige Aussagen.

P	!P
T	F
F	T

P	Q	P && Q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

P	Q	P    Q
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F



- $\neg P$
- $P \wedge Q$
- $P \vee Q$
- $P \vee (\neg Q)$
- $(P \vee (\neg Q \wedge P))$
- $P \vee \neg Q \wedge R$
- $P \vee \neg(Q \wedge R)$
- $(P \vee Q) \wedge R$

# Eigenschaften von Aussagen

- Kommutativgesetz
- Assoziativgesetz
- Distributivgesetz

P	Q	$P \&\& Q$	$Q \&\& P$	$P \mid \mid Q$	$Q \mid \mid P$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T
F	T	F	F	T	T
F	F	F	F	F	F

P	Q	R	$Q \&\& R$	$P \mid \mid (Q \&\& R)$	$P \mid \mid Q$	$P \mid \mid R$	$(P \mid \mid Q) \&\& (P \mid \mid R)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	T	T	T	T
T	F	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	F	F
F	F	T	F	F	F	T	F
F	F	F	F	F	F	F	F

- Priorität:  $( ! > \&\& > \mid \mid )$
- Assoziativität:  $( ! : \text{rechts}; \&\&, \mid \mid : \text{links})$
- Tautologie:  $P \mid \mid !P$  (immer true)
- Widerspruch:  $P \&\& !P$  (immer false)

# Äquivalenz von Aussagen (1)

zu zeigen:  $\neg P \ \&\& \ \neg Q \Leftrightarrow \neg (P \ || \ Q)$

Beweis durch Wahrheitstafeln:

P	Q		!P	!Q	!P && !Q		P    Q	!(P    Q)
F	F		T	T	T		F	T
F	T		T	F	F		T	F
T	F		F	T	F		T	F
T	T		F	F	F		T	F

## Äquivalenz von Aussagen (2)

zu zeigen:  $!P \mid \mid !Q \Leftrightarrow !(P \&\& Q)$

Beweis durch Äquivalenzumformungen:

$$\begin{aligned} & !P \mid \mid !Q \\ & \Leftrightarrow !!P \Leftrightarrow P \quad \text{! ! P} \Leftrightarrow P \\ & \Leftrightarrow !!(!P \mid \mid !Q) \\ & \Leftrightarrow !(!!P \&\& !!Q) \quad \text{s. Folie 7} \\ & \Leftrightarrow !(P \&\& Q) \\ & \quad \text{! ! P} \Leftrightarrow P \end{aligned}$$



zu zeigen:  $!(P \mid \mid Q \ \&\& \ !R) \Leftrightarrow !P \ \&\& \ (!Q \mid \mid R)$

$!P \ \&\& \ !(Q\&\&!R)$

$!P \ \&\& \ !(Q \ \&\& \ !R)$

## Aufgabe 2

$$P \leftrightarrow Q \quad \Leftrightarrow \quad ? \quad (P \parallel Q) \&\& (!P \parallel !Q)$$

$$!(!(P \parallel Q) \parallel !(!P \parallel !Q))$$

$$!(!P \&\& !Q \parallel (P \&\& Q))$$

P	Q	P $\leftrightarrow$ Q (entweder-oder)		
			(P && Q)    (P && !Q)	
F	F	F	F	F
F	T	T	T	F
T	F	T	F	T
T	T	F	F	F